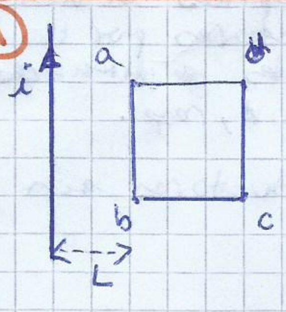
F2 Inducción Magnética

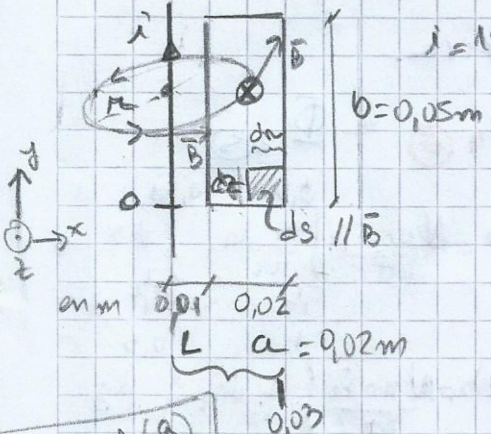
HOJA N° 1

FECHA 2022

1) 

Por el conductor recto de la figura circula una corriente de 10 A.
Para los valores: ab = cd = 5cm y bc = da = 2cm, L = 1cm

a) Calcule el valor del flujo que atraviesa la espira abcd



$i = 10A$

$b = 0{,}05m$

$a = 0{,}02m$

$\ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

$\overbrace{\vec{B}}^{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{\phi}$

$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{s} = B\,\hat{\phi}\cdot ds\,\hat{\phi} = B\cdot ds$

$\Phi = \iint_S d\Phi = \iint_S B\,ds = \iint_S \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\,dy\,dr =$

$= \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^{0{,}05} dy \int_{0{,}01}^{0{,}03} \frac{1}{r}\,dr =$

$Tm^2 = W$

$= \frac{4\pi\, 10^{-7}}{2\pi} \frac{Tm}{A} \cdot 10A \cdot 0{,}05m \cdot \ln\left(\frac{0{,}03}{0{,}01}\right) = \boxed{1{,}1\times10^{-7}\,W = \Phi}$

b) Al invertir la corriente ¿se modifica el resultado anterior?

Si usamos la misma normal que en a) es el valor opuesto al obtenido pero podemos cambiar el sentido de la normal y obtener el mismo resultado

c) Calcule el valor del flujo que atraviesa a la espira abcd pero suponiendo que el lado bc es el que está enfrentado al cable

$dx = dr$
$dy = dy$

$\Phi' = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^{0{,}02} dy \int_{0{,}01}^{0{,}06} \frac{1}{r}\,dr =$

$= \frac{4\pi\, 10^{-7}}{2\pi} \frac{Tm}{A} \cdot 10A \cdot 0{,}02m \cdot \ln\left(\frac{0{,}06}{0{,}01}\right) = \boxed{7{,}17\times10^{-8}\,W = \Phi'}$

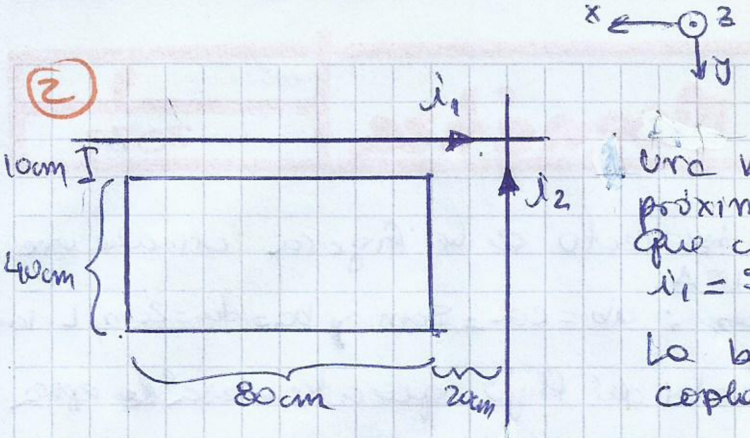
d) Suponga que en la situación a) la sup. de la espira se redujera a la mitad ¿el flujo cambia a la mitad o depende de la manera geométrica en que se reduce la superficie?

En a) y c) vimos que aún manteniendo el área, el flujo varía. Se debe a la forma en que varía

Depende de la manera geométrica de la reducción

NOTA

(2)



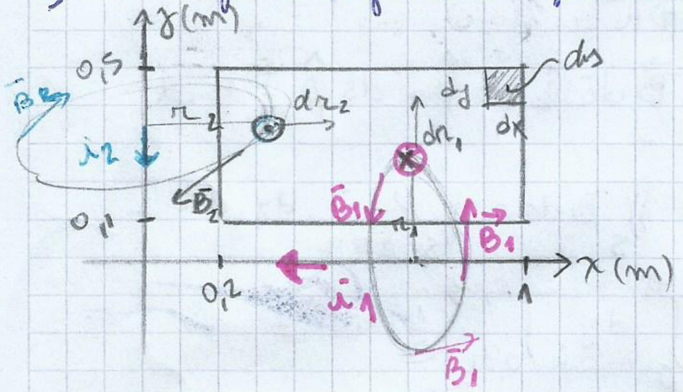
Saliente ⊖
entrante ⊕

Una bobina de 50 espiras se halla próxima a dos conductores por los que circulan corrientes de intensidades $i_1 = 50\,A$ y $i_2 = 200\,A$, resp.

La bobina y los conductores son coplanares.

Calcule:

a) El flujo magnético que atraviesa la espira.



$$\Phi_{NETA} = \Phi_{1(E)} - \Phi_{2(S)}$$

$$\Phi_{1(S)} = \iint_S N B_1 ds = N \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \int_{0,1}^{0,5} \frac{1}{r_1} dr_1 \int_{0,2}^{1} dx$$

$$\Phi_{2(E)} = \iint_S N B_2 ds = N \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \int_{0,2}^{1} \frac{1}{r_2} dr_2 \int_{0,1}^{0,5} dy$$

$$\Phi_1 = 50 \times \frac{4\pi\, 10^{-7}}{2\pi} \frac{T m}{A} \cdot 50A \cdot \ln\left(\frac{0,5}{0,1}\right) \cdot 0,8m = \boxed{6,44 \times 10^{-4}\, W = \Phi_1}$$

$$\Phi_2 = 50 \times \frac{4\pi\, 10^{-7}}{2\pi} \frac{T m}{A} \cdot 200A \cdot \ln\left(\frac{1}{0,2}\right) \cdot 0,4m = \boxed{1,29 \times 10^{-3}\, W = \Phi_2}$$

$$\boxed{\Phi_{NETA} = -6,44 \times 10^{-4}\, W}$$

b) ¿Qué valor tendría que tener Φ_2 para que el flujo sea nulo?

Para que $\Phi_{NETO} = 0\,W \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2 = 6,44 \times 10^{-4}\, W$

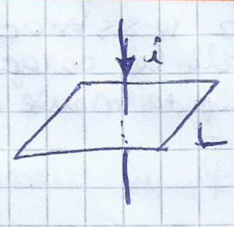
$1,29 \times 10^{-3}\, W \longrightarrow 200A$

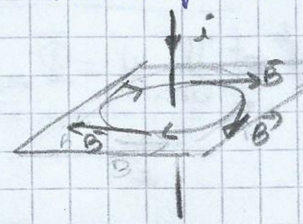
$6,44 \times 10^{-4}\, W \longrightarrow \boxed{I_2 = 100\,A}$

NOTA

F2	Fenómenos de Inducción Magnética	HOJA N° 2 FECHA 2022

③ Un cable rectilíneo (que puede considerarse infinito) transporta una corriente de intensidad $i_{(t)}$ como muestra la figura.
Este alambre es perpendicular al plano de la espira cuadrada de lado L a la que atraviesa por su centro.
¿Cuánto vale la fem inducida en la espira?
Justifique la respuesta

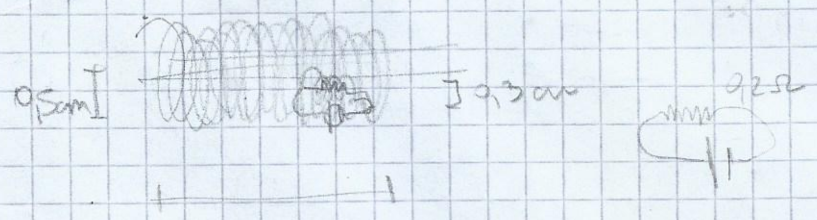




El campo es tangente a la superficie, por lo tanto

$d\vec{B} = \vec{0} \rightarrow \boxed{\vec{B} = 0} \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{IND} = 0}$

④ Un solenoide de 500 vueltas, radio $r_S = 0{,}5 cm$, longitud $L = 20 cm$ está circulado por una corriente $i = 10A$.
En el interior del solenoide hay una pequeña bobina de 10 vueltas, radio $r_B = 0{,}3 cm$ y resistencia total $R = 0{,}2\ \Omega$.
Si el campo de inducción se revierte en 0,2 seg, calcule la cantidad de carga que, por unidad de tiempo, circula por la bobina interior.

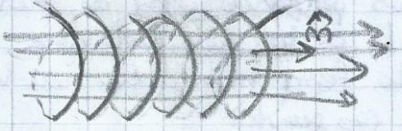


$i = 10A$

NOTA

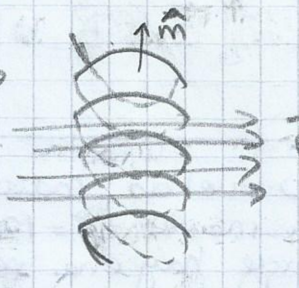
⑤ Una bobina de 20 espiras circulares de 1 cm de radio está colocada en un campo uniforme y estacionario de intensidad $B = 0{,}8\,T$ de tal forma que el flujo de inducción magnética Φ_B es máximo. La resistencia total del circuito es de $5\,\Omega$. Halle la carga total que circula por dicho circuito si la bobina es rápidamente girada hasta anular el flujo Φ_B

$\Phi_{B\,MAX}$ cuando $\vec{B} \parallel \hat{m}$ $\Rightarrow$



$$\Phi_B\,max = N B \overbrace{\iint_S ds}^{\text{área}_S} = N B \pi r^2 = 20 \times 0{,}8\,T \cdot \pi \cdot (0{,}01\,m)^2 = \boxed{\frac{\pi}{625}\,W = \Phi_{MAX}}$$

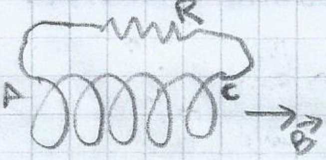
$\Phi_B = 0$ cuando $\vec{B} \perp \hat{m}$ $\Rightarrow$

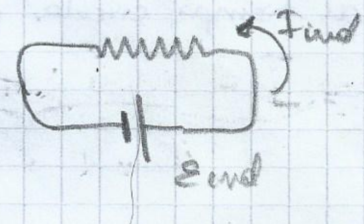


$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-(\Phi_{final} - \Phi_{inic})}{\Delta t}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \frac{\frac{\pi}{625}\,W}{\Delta t}}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$





$V_A < V_C$ $\vec{\mathcal{E}_{ind}}$
R

$$\mathcal{E}_{ind} = R\, I_{ind}$$

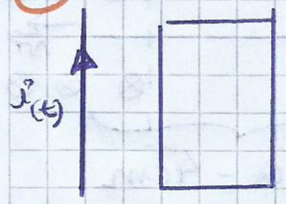
$$\frac{\frac{\pi}{625}\,W}{\cancel{\Delta t}} = \overset{5\,\Omega}{R}\, \frac{\Delta Q}{\cancel{\Delta t}}$$

$$\boxed{\Delta Q = 1 \times 10^{-3}\,C}$$

NOTA

F2 | Fenómenos de Inducción Magnética | HOJA N° 3 | FECHA 2022

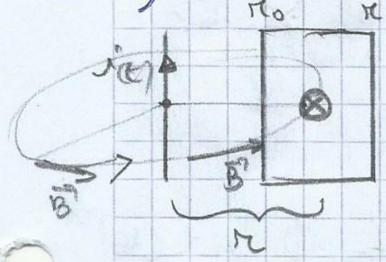
⑥



La fig. muestra un alambre "infinito" y una bobina rectangular.

Indique la dirección inducida en cada uno de los sig. casos:

a) la bobina se acerca al cable y la corriente $i_{(t)}$ aumenta



$$\Phi = N \cdot \iint_S \vec{B}\, d\vec{s} = N \iint_S \frac{\mu_0\, i_{(t)}}{2\pi r}\, \hat{\phi} \qquad \vec{B} \parallel d\vec{s}$$

Si $i_{(t)}$ aumenta $\Rightarrow \Phi$ aumenta $\Rightarrow \Phi_f - \Phi_i > 0$

si r disminuye $\Rightarrow \Phi$ aumenta

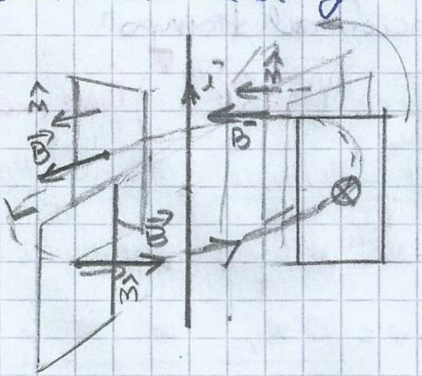
Por ambas razones $\Rightarrow \Phi_{final} > \Phi_{inicial} \Rightarrow$ ε_{ind} antihoraria

b) la corriente $i_{(t)}$ disminuye y la bobina está en reposo resp del cable

$i_{(t)}$ disminuye $\Rightarrow \underbrace{\Phi \text{ disminuye} \Rightarrow \Phi_f < \Phi_{inicial}}$

ε_{ind} (sent. horario)

c) la bobina gira alrededor del cable con velocidad angular constante ω, manteniendo su condición coplanar con el cable y se distancia de él y la corriente es constante



La bobina gira alrededor del cable y en todo momento $\underbrace{\vec{B} \parallel \hat{m}}$

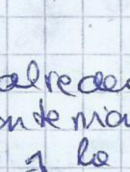
Φ se mantiene constante durante todo el giro

$\Phi_{final} = \Phi_{inicial}$

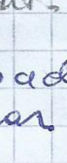
$\boxed{\varepsilon_{ind} = 0}$

d) La bobina se achica, fija en su posición y la corriente es cte.

tamaño "original"

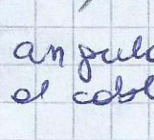


si la bobina se achica



$\underline{\Phi_{final} \text{ es menor}}$

giro horario

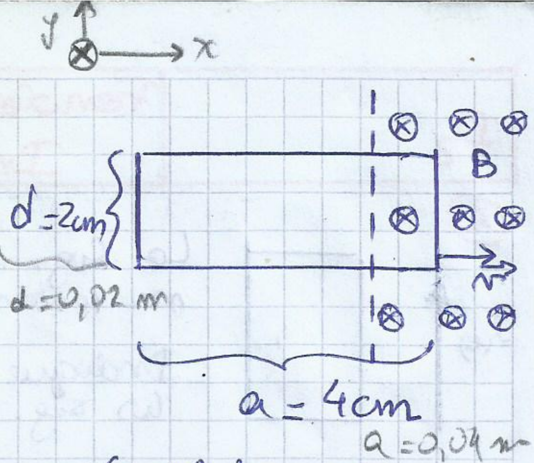


e) La bobina se agranda, fija en su posic. y la corriente es cte.

El caso es al revés que el anterior

NOTA

⑦ La espira rectangular de la fig. se introduce, a velocidad constante $\vec{v} = 0{,}25\ \text{cm/seg}\ \hat{\imath}$ en una región semi infinita (idealizada) del espacio en la que existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 3T\ (-\hat{k})$



Si la resistencia eléctrica de la espira es de $0{,}5\ \Omega$, calcule:

a) el flujo que atraviesa la espira en función del tiempo.

Hay que calcular el tiempo que tarda la espira en quedar totalmente inmersa en la región semi infinita que tiene $\vec{B}$

$$x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{4cm}{0{,}25\ cm/seg} = \boxed{16\ seg = t_{total}}$$

$$\Phi = \iint_S \vec{B}\, d\vec{s} = \iint_S \underset{\in\mathbb{R}}{B}\, ds = B \underbrace{\iint_S ds}_{\text{área} = d \times x,\ x = v \cdot t} = \boxed{B \cdot d \cdot v \cdot t} = \Phi \quad \text{si } t \leq 16$$

$3T \cdot 0{,}02m \cdot 0{,}0025 \frac{m}{seg} \cdot t$

$$\Phi = \iint_S \vec{B}\, d\vec{s} = B \underbrace{\iint_S ds}_{\text{área} = a \times d} = \overset{3T}{B}\ \overset{0{,}02}{d}\ \overset{0{,}04}{a} = \Phi \quad \text{si } t > 16$$

$$\boxed{\Phi = \begin{cases} \overbrace{1{,}5 \times 10^{-4}\ \frac{W}{seg}}^{Bdv} \cdot t & \text{si } t \leq 16\ seg \\ \underbrace{2{,}4 \times 10^{-3}\ W}_{Bda} & \text{si } t > 16\ seg \end{cases}}$$

b) la fem inducida en la espira en función del tiempo

Si $t \leq 16$:

fem ind.

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} \rightarrow \frac{\overset{\Phi_{16}}{\Phi_{final}} - \overset{0}{\Phi_{inicial}}}{\Delta t} = \frac{1{,}5 \times 10^{-4}\ W/\cancel{seg}\ \cancel{t}}{\cancel{\Delta t}}$$

$$\mathcal{E}_{ind} = 1{,}5 \times 10^{-4}\ W/seg = Bdv \quad \text{si } t \leq 16$$

si $t > 16 \Rightarrow \Phi_{final} = \Phi_{inicial} \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = 0\ W/seg$ si $t > 16$

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \begin{cases} Bdv & \text{si } t \leq 16 \\ 0 & \text{si } t > 16 \end{cases}}$$

c) la corriente que se induce en la espira (valor y sentido de circulación)

$$\mathcal{E}_{ind} = R\, I_{ind} \Rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} \begin{cases} \rightarrow \overset{3 \times 10^{-4} A}{\frac{1{,}5 \times 10^{-4}\ W/seg\ (V)}{0{,}5\ \Omega}} & \text{si } t \leq 16 \\ \rightarrow 0\ A & \text{si } t > 16 \end{cases}$$

NOTA

F_2	Fenómenos de Inducción Magnética	HOJA Nº 4 — FECHA 2022

$$I(t) = \begin{cases} 0{,}3 \text{ mA} & \text{si } t \leq 16 \\ 0 \text{ mA} & \text{si } t > 16 \end{cases}$$

d) la fuerza que debe realizarse para mantener a la espira en movimiento uniforme

La fem inducida actúa para que el flujo no varíe.

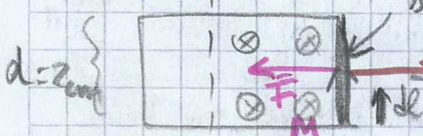
Trata de detener el movimiento de la espira para contrarrestar el incremento del flujo.

Si se pretende que la corriente inducida mantenga su valor hay que colaborar para que la espira continúe en movimiento

Ahí aparece la F que se pregunta en el enunciado

El mov. lo hace hacia x^+ $\longrightarrow$

Hallamos el valor de la fuerza magnética sobre el lado derecho



sobre este lado, pues es en donde va a actuar la fuerza que se debe contraponer a la $\vec{F}_M$

$$d\vec{F}_M = I_{ind}\, d\vec{l} \times \vec{B} \qquad d\vec{l} \uparrow \Rightarrow \hat{j}$$

$$\vec{B}_{\otimes} \Rightarrow (-\hat{k})$$

$d = 0{,}02$ m

$$d\vec{F}_M = I_{ind}\, dl \cdot B \cdot \underbrace{(\hat{j} \times -\hat{k})}_{(-\hat{\imath})} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = (-1,0,0)$$

$\mathcal{E}_{ind}$:

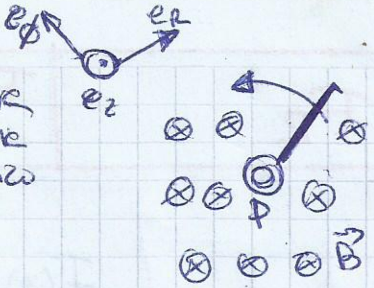
$$d\vec{F}_M = \frac{B d v}{R}\, dl \cdot B(-\hat{\imath})$$

$$\vec{F}_M = \int_d d\vec{F} = \frac{B^2 d v}{R} \cdot \int_d dl\,(-\hat{\imath}) = -\frac{B^2 d^2 v}{R}\,\hat{\imath} = \vec{F}_M$$

$$\vec{F}_M = \frac{-(3\,T)^2 (0{,}02\,m)^2 \cdot 0{,}25 \times 10^{-2}\,\frac{m}{seg}}{0{,}5\,\Omega}\,\hat{\imath} = \boxed{-1{,}8 \times 10^{-5}\,N\,\hat{\imath} = \vec{F}_M}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\,N\,\hat{\imath}} \quad \text{si } t \leq 16\,\text{seg}$$

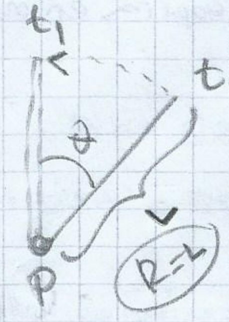
NOTA



(8) La barra metálica de longitud L de la figura gira con velocidad angular constante ω solidaria al pivote P, sumergida en un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0(-\hat{e}_z)$

a) halle la expresión de la fem inducida en la barra

A medida que la barra se mueve recorre superficie



$$\frac{d\theta}{2\pi} = \frac{ds}{\pi r^2} = \frac{\overset{\text{arco}}{da}}{\underbrace{2\pi R}_{\text{perímetro}}}$$

$\otimes \vec{B}$

$\otimes$ n

$$\frac{ds}{\pi L^2} = \frac{d\theta}{2\pi} \Rightarrow \boxed{ds = \frac{L^2}{2} d\theta}$$

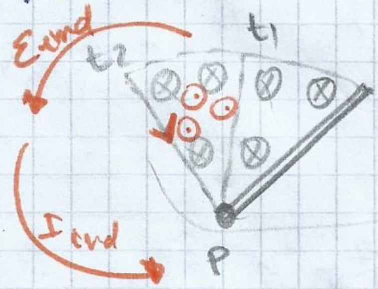
$$d\Phi = \vec{B}\, d\vec{s} = B_0(-\hat{k}) \cdot ds(-\hat{k}) = B_0\, ds = B_0 \frac{L^2}{2} d\theta$$

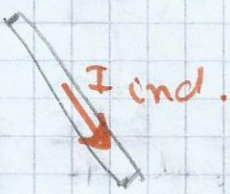
$$\frac{d\Phi}{dt} = B_0 \frac{L^2}{2} \frac{d\theta}{dt}$$

ω = velocidad angular

$$\frac{d\Phi}{dt} = \boxed{|\varepsilon_{ind}| = \frac{B_0 L^2 \omega}{2}}$$

b) Indique el sentido de circulación que tendría la corriente inducida en la barra.

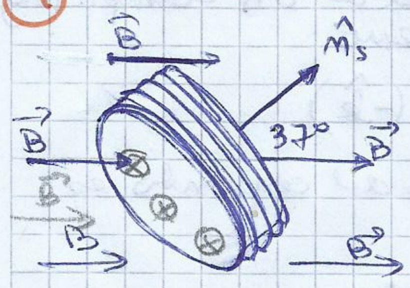




sentido radial hacia P

VIDEO

9)



La bobina de la figura, de radio r = 10cm tiene 5 vueltas y se halla inmersa en un campo magnético espacialmente uniforme.-

$$\vec{B}_{ext} = 0{,}04 \frac{T}{seg^2} t^2 \hat{e}_x$$

$\hat{m}_s$ es la normal a la sup. de la espira.

Calcule la fem inducida en la bobina como función del tiempo

$r = 0.10m$

$N = 5$

$\vec{B} = 0{,}04 \frac{T}{seg^2} t^2 \hat{\imath}$

$\alpha = 37°$

¿$\mathcal{E}$ ind?

} $\vec{B}$ crece a medida del paso del tiempo

→ en t posteriores

Φ final > Φ inicial

$$\Phi = N \iint_S \vec{B}\, d\vec{s} = N \iint_S B\, ds \cos\alpha = N \cdot B \cdot \cos\alpha \underbrace{\iint_S ds}_{\text{área de } S = \pi \cdot r^2}$$

$$\Phi = 5 \cdot 0{,}04 \frac{T}{seg} \cdot t^2 \cos(37) \cdot \pi \cdot (0{,}1m)^2 = \boxed{5 \times 10^{-3} \frac{W}{seg} t^2 = \Phi}$$

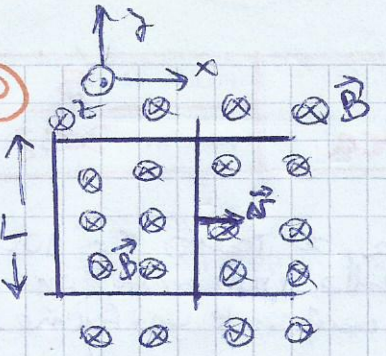
$$|\mathcal{E}_{ind}| = \frac{d\Phi}{dt} = 5 \times 10^{-3} \frac{W}{seg} 2t$$

V

$$\boxed{|\mathcal{E}\, ind_{(t)}| = t\ 10^{-2}\, V}$$

NOTA

10



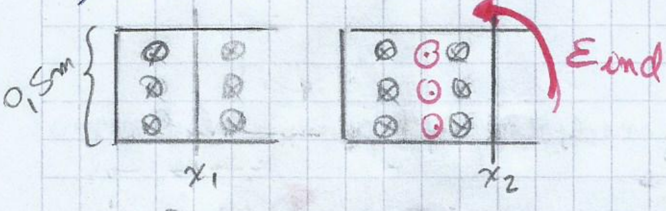
La barra metálica de la figura desliza, idealmente, en contacto con un cuadro metálico en presencia de un campo magnético externo UNIFORME:

$$\vec{B} = 0{,}5\,T\,(-\hat{k})$$

La resistencia eléctrica del conjunto es de $0{,}2\,\Omega$

$R = 0{,}2\,\Omega$
$L = 0{,}5\,m$
$\vec{v} = 4\,m/seg\;\hat{\imath}$ $\longrightarrow$ $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,.\,dt$

a) Calcule el valor de la fem inducida



Φ final > Φ inicial $\qquad \hat{n} \,//\, \vec{B}$

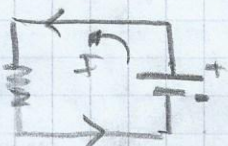
$n \otimes \Rightarrow (-\hat{k})$

$$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{s}$$

$$d\Phi = B\,.\,ds = B\,.\,L\,.\,dx = B\,.\,L\,.\,v\,.\,dt$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = B\,.\,L\,v = 0{,}5T\,.\,0{,}5m\,.\,4\frac{m}{seg} = \boxed{1V = \mathcal{E}_{ind}}$$

b) Indique y justifique el sentido de circulación de la corriente inducida

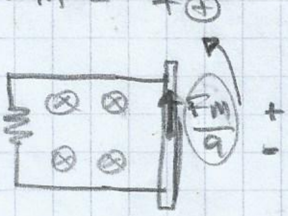


$\mathcal{E}_{ind}$ I_{ind} sentido antihorario

$$\mathcal{E}_{ind} = I_{ind}\,.\,R \Rightarrow I_{ind} = \frac{\overset{1V}{\mathcal{E}_{ind}}}{\underset{0{,}2\Omega}{R}} = \boxed{5\,A = I_{ind}}$$

c) Calcule el valor de la fuerza externa que se requiere para mantener la velocidad constante

$$\vec{F}_M = q_{\oplus}\,\vec{v} \times \vec{B} = q_{\oplus}\,.\,v\,\hat{\imath} \times B.(-\hat{k}) = q_{\oplus}\,.\,v\,B\,\hat{\jmath} \qquad \uparrow \vec{F}_M$$



$\underbrace{\frac{F_M}{q} = v\,B\,\hat{\jmath}}_{I \text{ tiene sentido } \hat{\jmath}}$

$$d\vec{F_M} = I_{ind}\,.\,d\vec{l} \times \vec{B}$$
$$\hat{\jmath} \times (-\hat{k})$$

$$\underbrace{d\vec{F_M} = I_{ind}\,.\,dl\,.\,B\,.\,(-\hat{\imath})}$$

$$\Rightarrow d\vec{F}_{ext} = I_{ind}\,dl\,B\;\hat{\imath} \text{ (sentido contr.)}$$

$$\vec{F}_{ext} = I_{ind}\,B\int_0^L dl\;\hat{\imath} = 5A\,.\,0{,}5T\,.\,0{,}5m = \boxed{1{,}25\,N\,\hat{\imath} = F_{ext}}$$

d) Calcule la potencia que disipa x efecto Joule y compárela con la desarrollada por la F ext.

$$P_{Fext} = F\,v = 1{,}25\,N\,.\,4\frac{m}{seg} = \boxed{5W = P_{Fext}}$$

> son iguales

$$P_{Fext} = I_{ind}^2\,.\,R = (5A)^2\,.\,0{,}2\,\Omega = \boxed{5W = P_{Fext}}$$

NOTA

16) Por una bobina de 2 cm de radio y 40 cm de longitud, que tiene arrolladas 2000 vueltas de alambre, circula una corriente $i_{(t)} = 2\,sen(100\pi t)$

Calcule:

a) el valor del coeficiente de autoinducción L de la bobina.

$R = 0{,}02\ m$
$l = 0{,}4\ m$
$N = 2000$
$i_{(t)} = 2\,sen(100\pi t)$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{l} = 4\pi\,10^{-7}\,\frac{Tm}{A} \cdot \frac{2000^2\,\pi(0{,}02\,m)^2}{0{,}4\,m}$$

$$\boxed{L = 0{,}0158\ H = 15{,}8\ mH}$$ ✓

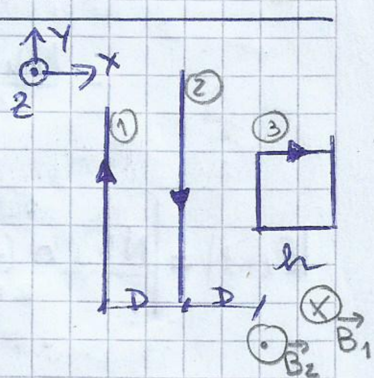
b) la fem autoinducida en función del tiempo

$$\mathcal{E}_{ind} = L\frac{di}{dt} = 0{,}0158\,H \cdot 2\cos(100\pi t)\,100\pi = 3{,}16\pi\cos(100\pi t)$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind\,(t)} = 3{,}16\pi\cos(100\pi t)}$$ ✓

---

17) Dos cables delgados, paralelos e infinitos, separados una distancia D, transportan corrientes de igual intensidad $i_C = i_0 e^{-bt}$ y de sentidos opuestos.
A la derecha de uno de ellos, a una distancia D, hay un cuadro de N vueltas de sección cuadrada, de lado h y coeficiente de autoinducción L por el que circula una corriente propia $i_{esp} = i_1\,sen(\omega t)$ en sentido horario.
Halle la expresión:



a) del coeficiente de inducción mutua entre el cuadro y el alambre más lejano

$$i_1 = -i_2 = i_c = i_0 e^{-bt}$$

$$M = \frac{\Phi_{31}}{i_1}$$

$$\vec{B}_{①} = \frac{\mu_0 i_①}{2\pi x}(-\hat{k})$$

$\hat{n}_3 : \otimes$

$$d\Phi_{31} = N\vec{B}_1\, d\vec{s}_3 = N B_1\, ds = \frac{N\mu_0 i_c}{2\pi x}$$

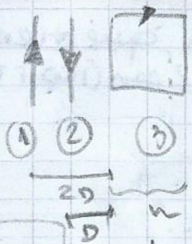
$$\Phi_{31} = \iint_{S③} N B_1\, ds = \frac{N\mu_0 i_c}{2\pi}\iint_{S_{xy}} \frac{1}{x}\,dx\,dy = \frac{N\mu_0 i_c}{2\pi}\cdot\int_{2D}^{2D+h}\frac{1}{x}dx\int_0^h dy =$$

$$= \frac{N\mu_0 i_c}{2\pi}\cdot \ln(x)\Big|_{2D}^{2D+h}\cdot h = \boxed{\frac{N\mu_0 i_c}{2\pi}\cdot h\cdot \ln\left(\frac{2D+h}{2D}\right) = \Phi_{31}}$$

$$M = \frac{\Phi_{31}}{i_c} = \frac{N\mu_0 \cancel{i_c}\, h}{2\pi\, \cancel{i_c}}\ln\left(\frac{2D+h}{2D}\right) \longrightarrow \boxed{M = \frac{N\mu_0\, h}{2\pi}\cdot\ln\left(1+\frac{h}{2D}\right)}$$

NOTA

b) el valor absoluto de la fem inducida en el cuadro en función del tiempo a partir de $t=0$



$$\boxed{\Phi_3 = M_1\, i_1 + M_2\, i_2 + L_3\, i_3}$$

es el hallado en a)

$L_3 \to L$ (dado en el enunc.)

$$M_1 = \frac{N \mu_0 h}{2\pi} \ln\left(1+\frac{h}{2D}\right)$$

$$\boxed{\Phi_{32}} = \frac{N\mu_0 (-i_c) h \ln(x)}{2\pi}\Big|_D^{D+h} = -\frac{N\mu_0 i_c}{2\pi} h \ln\left(\frac{D+h}{D}\right) = \boxed{-\frac{N\mu_0 i_c}{2\pi} h \ln\left(1+\frac{h}{D}\right)}$$

$$M_2 = \frac{\Phi_{32}}{i_c} \Rightarrow \boxed{M_2 = -\frac{N\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(1+\frac{h}{D}\right)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_c &= i_0\, e^{-bt} \\ i_{bob} &= i_1 \operatorname{sen}(\omega t) \end{aligned}}$$

$$|\mathcal{E}_{ind}| = \frac{d\Phi_3}{dt} = M_1 \frac{di_1}{dt} + M_2 \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{di_3}{dt} =$$

$$= \frac{N\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(1+\frac{h}{2D}\right) \frac{di_c}{dt} - \frac{N\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(1+\frac{h}{D}\right) \frac{di_c}{dt} + L \frac{d_{bob}}{dt} =$$

$$= \frac{N\mu_0 h}{2\pi}\left[\ln\left(1+\frac{h}{2D}\right)\cdot(-b\, i_0 e^{-bt}) - \ln\left(1+\frac{h}{D}\right)\cdot(-b\, i_0 e^{-bt})\right] + L \cdot i_1 \cos(\omega t)\,\omega$$

$$|\mathcal{E}_{ind}| = \left|\frac{N\mu_0 h (-b\, i_0 e^{-bt})}{2\pi}\left[\ln\left(1+\frac{h}{2D}\right) - \ln\left(1+\frac{h}{D}\right)\right] + L\omega\, i_1 \cos(\omega t)\right|$$

$$\boxed{|\mathcal{E}_{ind}|_{(t)} = \left|\frac{-N\mu_0 h\, b\, i_0 e^{-bt}}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{2D+h}{2D+2h}\right)\right] + L\omega\, i_1 \cos(\omega t)\right|}$$

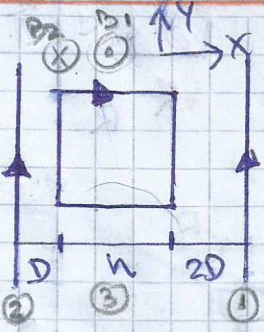
- $$\ln\left(1+\frac{h}{2D}\right) - \ln\left(1+\frac{h}{D}\right) = \ln\left(\frac{2D+h}{2D}\right) - \ln\left(\frac{D+h}{D}\right) =$$

$$= \ln\left(\frac{\frac{2D+h}{2D}}{\frac{D+h}{D}}\right) = \ln\left(\frac{(2D+h)}{2D}\cdot\frac{D}{D+h}\right) =$$

$$= \ln\left(\frac{2D+h}{2(D+h)}\right) = \ln\left(\frac{2D+h}{2D+2h}\right)$$

NOTA

(18) Suponga que se arregla la configuración de corrientes y espiras del ej. anterior de la forma en que indica la figura.
Discuta y justifique si alguno de los resultados cambia.
En particular analice el valor del coef. de inducción mutua entre los alambres y la espira si las corrientes en este arreglo fueran antiparalelas



$\hat{m}$ ⊗ como en el ej. anterior ⇒ flujo entrante es positivo ⊗
y saliente es negativo ⊙

El ítem a) tiene el mismo valor absoluto pero, considerando la misma $\hat{m}$ ⊗, M_1 cambia de signo

- $M_1' = -\frac{N \mu_0 h}{2\pi} . \ln\left(\frac{2D+h}{2D}\right)$

- en forma análoga, $M_2' = -M_2 = \frac{N\mu_0 h}{2\pi} . \ln\left(\frac{D+h}{D}\right)$

- $L_3 . i_3$ se mantiene igual

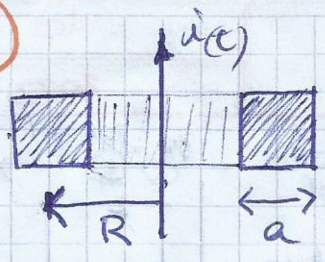
$$|\mathcal{E}\, ind| = \overbrace{M_1' \frac{di_c}{dt}}^{<0} + \overbrace{M_2' \frac{di_c}{dt}}^{>0} + \overbrace{L_3\, i_3}^{=\text{ej ant}} =$$

$$\boxed{|\mathcal{E}\, ind| = \left| \frac{-N \mu_0 h}{2\pi} . b\, i_0 e^{-bt} . \underbrace{\left[\ln\left(\frac{D+h}{D}\right) - \ln\left(\frac{2D+h}{2D}\right)\right]}_{\text{cambia esta parte}} + L\omega\, i_1 \cos(\omega t)\right|}$$

- Si las corrientes fuesen antiparalelas, los logaritmos se sumarían en lugar de restarse

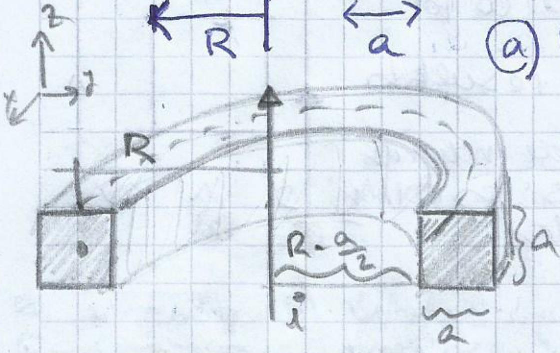
NOTA

19



El alambre recto de la figura transporta corriente i, de valor constante y pasa por el centro de un toroide de perfil cuadrado de lado a, de densidad de espiras m y radio R.

(a) Halle la expresión del coef. de ind. mutua



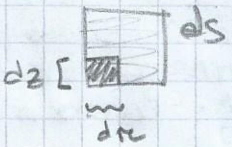
① Primario: cable
② secundario: toroide

$$\vec{B}_c = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\hat{\phi} \quad \text{(alambre } \infty)$$

$$d\Phi = N\vec{B}\cdot\vec{ds}$$

$$\underbrace{m = \frac{N}{2\pi R}}$$

$$\boxed{N = m\,2\pi R} \quad \text{I}$$



$$\Phi_{21} = N\iint_S B_c\,ds = N\iint_{S_{rz}} B_c\cdot dr\,dz = \frac{N\mu_0 i}{2\pi}\int_{R-\frac{a}{2}}^{R+\frac{a}{2}}\frac{1}{r}dr\int_0^a dz =$$

$$= \frac{N\mu_0 i}{2\pi}\cdot a\cdot \ln(r)\Big|_{\frac{2R-a}{2}}^{\frac{2R+a}{2}} = \frac{N\mu_0 i a}{2\pi}\ln\left(\frac{\frac{2R+a}{2}}{\frac{2R-a}{2}}\right) =$$

$$\overset{\text{I}}{=} m\cancel{2\pi}R\frac{\mu_0 i a}{\cancel{2\pi}}\ln\left(\frac{2R+a}{2R-a}\right) = \Phi_{21} \Rightarrow M = \frac{\Phi_{21}}{i}$$

$$\boxed{M = mR\,\mu_0\,a\ln\left(\frac{2R+a}{2R-a}\right)}$$

b) Halle la expresión del valor absoluto de la fem inducida en el toroide

considero que es $i(t)$ y no constante como dice el enunciado

$$\boxed{|\mathcal{E}_{ind\ toroide}| = \left|M\frac{di}{dt}\right| = Rm\,\mu_0 a\ln\left(\frac{2R+a}{2R-a}\right)\cdot\left|\frac{di}{dt}\right|}$$

c) Discuta y justifique cómo se modifica el resultado anterior si el toroide se cortara a la mitad

En los cálculos anteriores variaría $m \Rightarrow \underbrace{m' = \frac{m}{2}}$

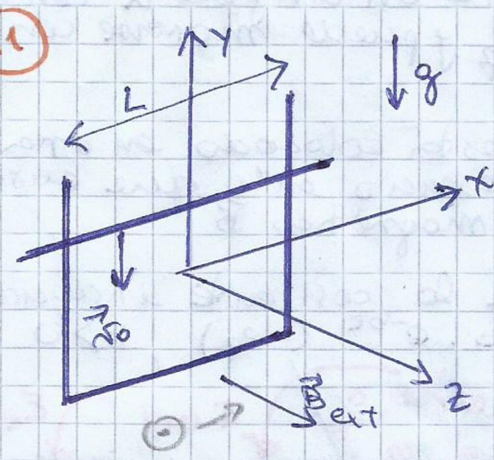
$$\text{I} \quad \boxed{N = m\pi R}$$

Entonces: $\Phi'_{21} = \dfrac{m\pi R\,\mu_0\,i a}{2\cancel{\pi}}\ln\left(\dfrac{2R+a}{2R-a}\right)$

$$\Phi'_{21} = \frac{\Phi_{21}}{2}$$

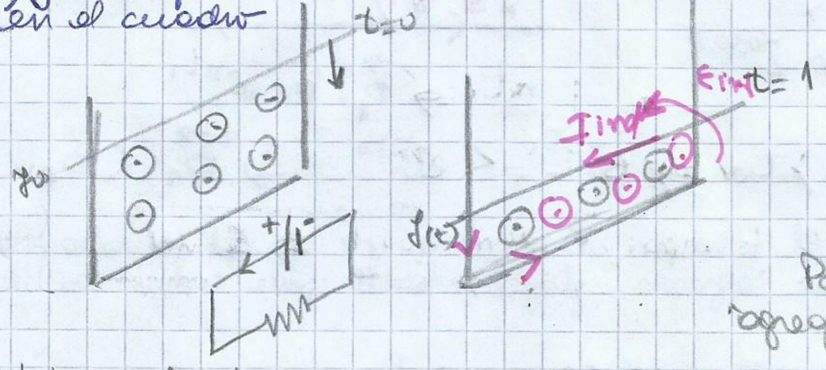
NOTA

(1)



La fig. muestra una barra metálica móvil que desliza idealmente en contacto con un cuadro metálico en presencia de un campo magnético externo uniforme.
La barra tiene masa M y cae con una velocidad constante v_0.
Suponiendo que el cuadro completo tiene resistencia eléctrica R (no varía con el mov. de la barra)

a) Justifique claramente la dirección de la corriente inducida en el cuadro



A medida que pasa el tiempo la barra cae y hay menos sup
⇒ menos campo saliente
Para compensar, hay que "agregar" campos salientes ↺

Visto de frente, es sentido antihorario

b) halle la expresión de la velocidad de caída de la barra (en términos de M, g, B, L)

$\hat{m}$ ⊙

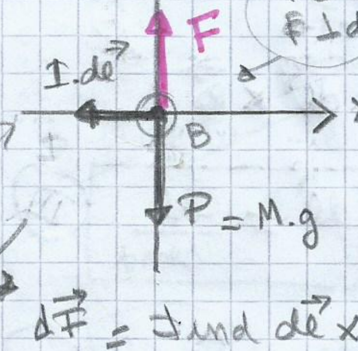
$$|\varepsilon_{ind}| = \frac{d\Phi}{dt} \qquad d\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\hat{k}\cdot ds\,\hat{k} = B.ds$$

$$\Delta y = v_0\,dt \qquad d\Phi = B.L.\Delta y = \boxed{B.L.v_0\,dt = d\Phi}$$

$$|\varepsilon_{ind}| = BLv \qquad \boxed{\frac{d\Phi}{dt} = BLv_0}$$

$$RI = \varepsilon \Rightarrow I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} \Rightarrow \boxed{I_{ind} = \frac{BLv_0}{R}} \quad \text{I}$$

DCL



$\vec{F} \perp \vec{B}$
$\vec{F} \perp d\vec{l}$

Para que la velocidad sea constante no debe haber aceleración.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = P = Mg \Rightarrow \boxed{F = Mg}$$

$$d\vec{F} = I_{ind}\, d\vec{l} \times \vec{B} = I_{ind}\, dl\,(-\hat{\imath}) \times B\,\hat{k} = I_{ind}\, dl\, B.\hat{\jmath}$$

$$F = I_{ind}\, B \int_L dl = \boxed{I_{ind}\, B\, L = F}$$

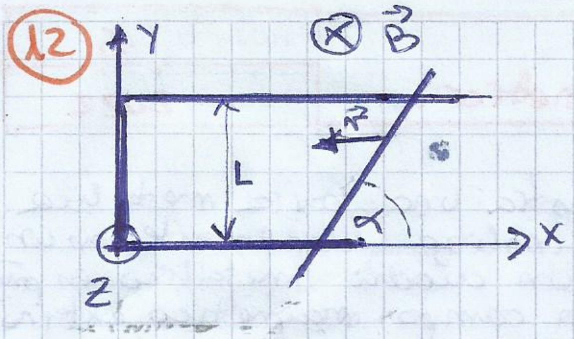
$$F = P \rightarrow \boxed{I_{ind}.B.L = Mg} \quad \text{II}$$

I y II

$$\frac{BLv_0}{R}.BL = Mg \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{MgR}{B^2L^2}}$$

NOTA

12



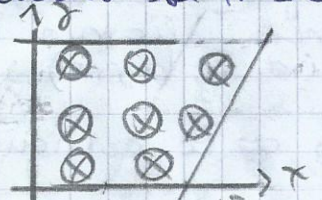
El dispositivo de la figura consiste en un marco metálico, uno de cuyos lados forma un ángulo α con la horizontal y puede moverse con velocidad $\vec{v}$.

El marco está colocado en una región del espacio en la que existe un campo magnético $\vec{B}$

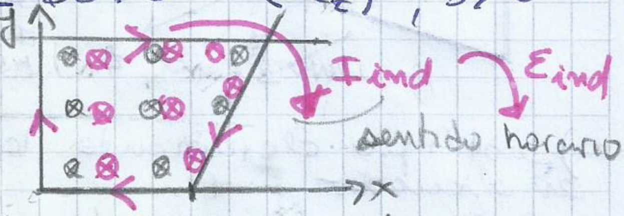
a) Indique sentido en el que circula la corriente inducida en el cuadro si $v = 0$ y $\vec{B}(t) = B_0 \cdot e^{-bt}\ (-e_z)$, $b > 0$

$v = 0$

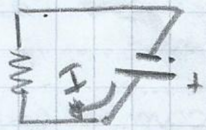
No se mueve



en $t_0 \Rightarrow \vec{B}_0 = B_0 e^{-bt_0}$



en $t_1 \Rightarrow \vec{B}_1 = B_0 e^{-bt_1}$

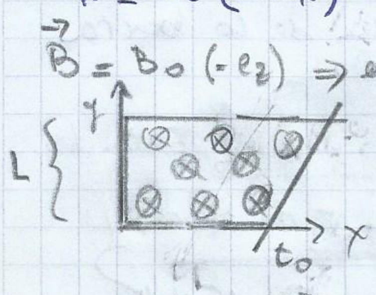


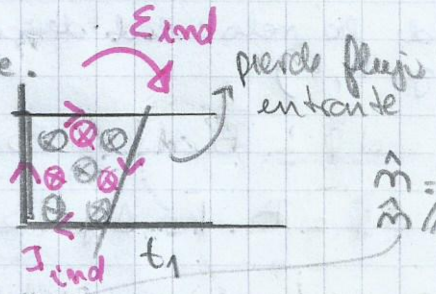
$$t_1 > t_0 \Rightarrow e^{-bt_1} < e^{-bt_0} \Rightarrow \vec{B}_1 < \vec{B}_0$$

a medida que pase el tiempo $\vec{B}$ disminuye $\Rightarrow$ el flujo entrante disminuye $\Rightarrow$ hay que "agregar" flujo entrante para compensar la pérdida

b) halle la expresión del flujo de campo $\forall t > 0$ si $B = B_0 (-e_z)$ y $v = v_0 (-e_x)$

$\vec{B} = B_0 (-e_z) \Rightarrow$ es cte.





Área ▱ = Área □

$$ds = L \cdot dx = \boxed{L \cdot v\, dt = ds}$$

$\hat{m} = \otimes$

$\hat{m} \parallel \vec{B}$

$$d\Phi = \vec{B}\, d\vec{s} = B\, ds = B_0 \cdot L\, v_0\, dt \Rightarrow \boxed{\Phi = B_0\, L\, v_0\, t}$$

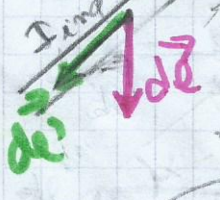
c) Si la barra tiene resistencia propia R, halle la expresión de la fuerza de frenado en función del tiempo.

R I E

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \boxed{\frac{B_0 v_0 L}{R} = I_{ind}}\ \text{(I)}$$

$F_{ext} = -F_M$

$$d\vec{F}_M = I_{ind}\, d\vec{l}' \times \vec{B}$$



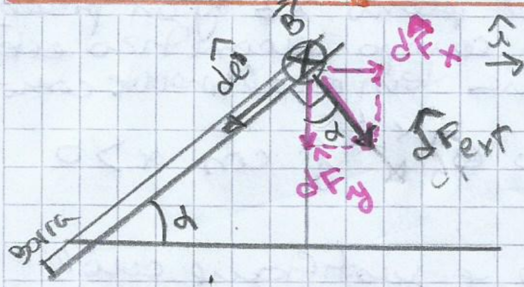
$$dl = dl' \cdot \operatorname{sen}(\alpha) \Rightarrow \boxed{dl' = \frac{dl}{\operatorname{sen}\alpha}}\ \text{(II)}$$

$$d\vec{F}_M = I_{ind} \cdot dl' \cdot B_0\ \ \widehat{dl'} \times -\hat{k}\ \ \text{(II)}$$

es la dirección de F_M ($\perp$ a dl' y a k)

$$\boxed{d\vec{F}_M = -d\vec{F}_{ext}}$$

lo cambio a dl porque tengo el dato que $L = \int_L dl$



$d\hat{F} \perp \hat{B}$ y $d\hat{F} \perp d\vec{l}$

$|d\hat{F}_x| = \underbrace{|d\hat{F}|}_{1} \text{ sen } \alpha \Rightarrow d\vec{F}_x = \text{sen}(\alpha)\,\hat{\imath}$

$|d\hat{F}_y| = \overbrace{|d\hat{F}|}^{1} \cos \alpha \Rightarrow d\vec{F}_y = \cos(\alpha)\,(-\hat{\jmath})$

(IV) $d\hat{F}_{ext} = \text{sen}(\alpha)\,\hat{\imath} - \cos(\alpha)\,\hat{\jmath}$ → la dirección del versor

$$d\vec{F}_{ext} \overset{(II)}{=} I_{ind} \cdot d\vec{l} \cdot B_0 \cdot (d\hat{F}_{ext}) =$$

$$\overset{(I)}{=} \frac{B_0 v_0 L}{R} \cdot B_0 \cdot \overset{(III)}{\frac{dl}{\text{sen}(\alpha)}} \cdot \left[\text{sen}(\alpha)\,\overset{(IV)}{\hat{\imath}} - \cos(\alpha)\,\hat{\jmath}\right] =$$

$$= \frac{B_0^2 v_0 L}{R} \cdot dl \left[\overset{1}{\frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\alpha}}\,\hat{\imath} - \overset{\text{arcotg.}}{\frac{\cos(\alpha)}{\text{sen}(\alpha)}}\,\hat{\jmath}\right] =$$

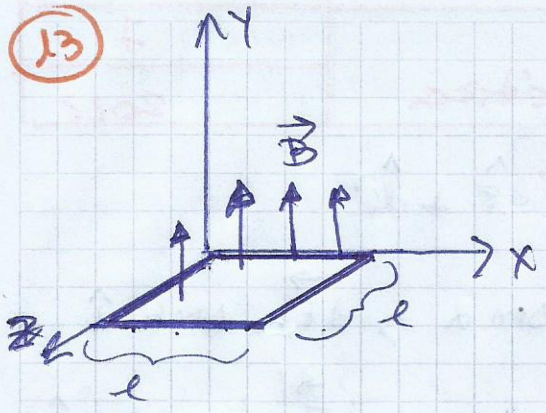
$$= \frac{B_0^2 v_0 L}{R}\, dl\, (\hat{\imath} - \text{arcotg}(\alpha)\,\hat{\jmath})$$

$$\vec{F}_{ext} = \int_L dF_{ext} = \frac{B_0^2 v_0 L}{R} \underbrace{\int_L dl}_{L} (\hat{\imath} - \text{arcotg}(\alpha)\,\hat{\jmath})$$

$$\boxed{\vec{F}_{ext} = \frac{B_0^2 v_0 L^2}{R} (\hat{\imath} - \text{arcotg}(\alpha)\, j)}$$

NOTA

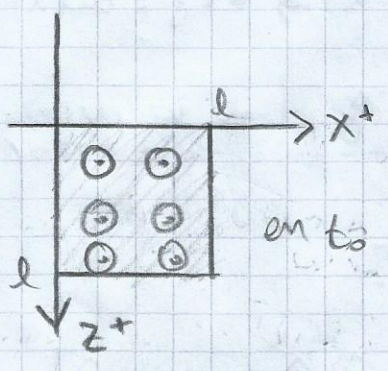
13



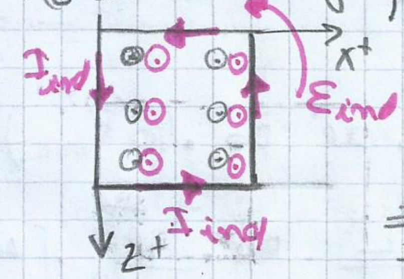
La espira cuadrada de lado l de la figura está en reposo, ubicada en el plano XZ y en presencia de un campo magnético externo que varía temporalmente como

$$\vec{B}(t) = B_0 e^{-\alpha t} \hat{j} \quad \text{con } \alpha > 0$$

a) Indique y justifique cuál es el sentido de circulación de la corriente inducida en la espira



$\vec{B}(t) = B_0 e^{-\alpha t} \hat{j}$, como el exponente es negativo, a mayores valores de t, $\vec{B}$ disminuye



Se pierde flujo saliente
$\Rightarrow$ hay que "agregar" flujo saliente para compensar la pérdida

$\boxed{\text{sentido antihorario}}$

b) Halle la expresión del módulo de la fem inducida en la espira

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B\, ds$$

$$\underbrace{d\vec{S} \Rightarrow \hat{m} : \odot}_{d\vec{S} \parallel \vec{B}}$$

$$|\varepsilon_{ind}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|\frac{dB}{dt}\, ds\right| =$$

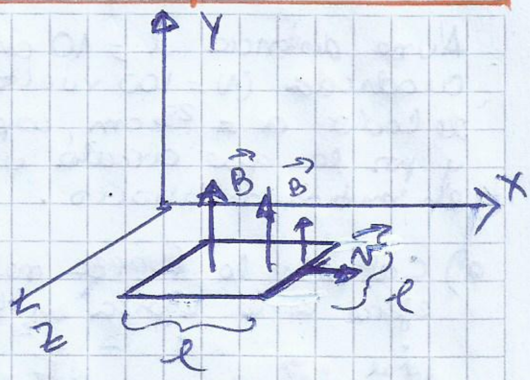
$$= \left|-\alpha B_0 e^{-\alpha t}\right| l \cdot l = \alpha B_0 e^{-\alpha t} l^2$$

$$\boxed{|\varepsilon_{ind}| = \alpha B_0 e^{-\alpha t} l^2}$$

NOTA

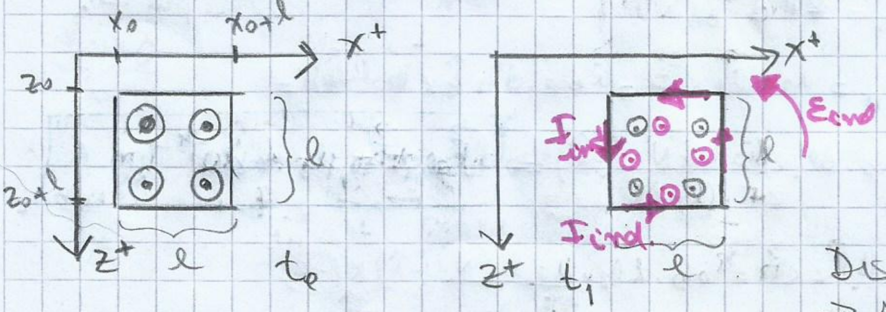
F.2.	Fenómenos de Inducción Magnética	HOJA N° 8 · FECHA 2022

(14) La espira cuadrada de lado l de la figura se mueve con velocidad constante $\vec{v} = v_0\,\hat{e}_x$, ubicada en el plano XZ y en presencia de un campo magnético externo que varía espacialmente como:



$$\vec{B}(x) = \left(\frac{\alpha B_0}{x^2}\right)\hat{j} \qquad \alpha, B_0 > 0$$

a) Indique y justifique cuál es el sentido de circulación de la corriente inducida en la espira



A medida de que x crece, $\vec{B}$ disminuye

(x está al cuadrado en el denominador)

Disminuye flujo saliente $\Rightarrow$ sentido antihorario

b) halle la expresión del módulo de la fem inducida en la espira

$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{s}$ $\qquad \hat{m}: \odot \Rightarrow d\Phi = B.ds = \frac{\alpha B_0}{x^2}ds$

$\vec{B}$ depende de x (no de t) pero x depende de t $\quad$ y $\quad v = \frac{dx}{dt}$

$$\Phi = \iint_S B_{(t)}ds = \iint_{S_{xz}} \frac{\alpha B_0}{x^2}dx\,dz =$$

$$= \alpha B_0 \int_{z_0}^{z_0+l} dz \int_{x_0}^{x_0+l} \frac{1}{x^2}dx = \alpha B_0(\cancel{z_0}+l-\cancel{z_0}).\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_{x_0}^{x_0+l} =$$

$$= \boxed{\alpha B_0\, l\left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0+l}\right) = \Phi}$$

El valor de x_0 depende de t $\qquad dx = v\,dt$

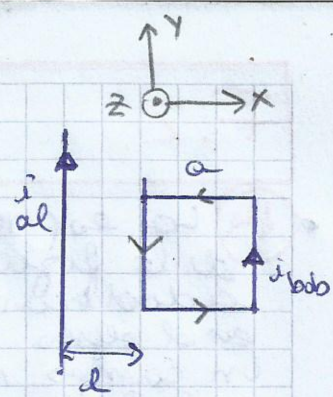
por Regla de la cadena : $\quad \mathcal{E}_{ind} = \frac{-d\Phi}{dx}\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_0}$

$$|\mathcal{E}_{ind}| = -\alpha B_0 l\left(\frac{-1}{x_0^2} - \frac{-1}{(x_0+l)^2}\right).\frac{dx}{dt} = \alpha B_0 l\left(\frac{1}{x_0^2} - \frac{1}{(x_0+l)^2}\right)v_0$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \alpha B_0 l v_0\left(\frac{1}{x_0^2} - \frac{1}{(x_0+l)^2}\right)}$$

NOTA

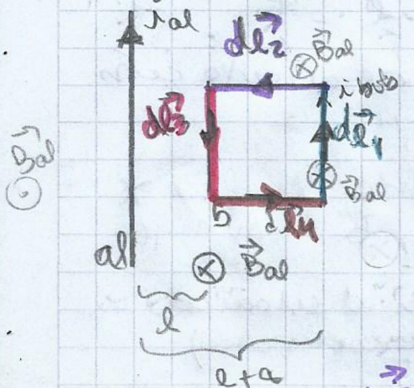
(15) Un alambre recto (y a los efectos prácticos fijo e infinito) conduce una corriente $i_{al} = 7A$



A una distancia $l = 10$ cm se halla una bobina cuadrada ($N = 100$ vueltas, que puede moverse) de lado $a = 25$ cm, coplanar con el alambre y por la que circula una corriente $i_{bob} = 1A$ en sentido antihorario.

$l = 0{,}1m \quad a = 0{,}25m$

a) Calcule la fuerza neta que el campo magnético del alambre le ejerce a la espira en la situación de la figura.



$$d\vec{F}_{al,espira} = d\vec{F}_{al,1} + d\vec{F}_{al,2} + d\vec{F}_{al,3} + d\vec{F}_{al,4} \quad \text{(I)}$$

$$\vec{B}_{al} = \underbrace{\frac{\mu_0\, i_{al}}{2\pi\, d}}_{B_0}(-\hat{k}) \cdot N \qquad \frac{\overset{4\pi\times10^{-7}}{\mu_0}\cdot \overset{7A}{i_{al}} \cdot \overset{100}{N}}{2\pi} = 1{,}4\times10^{-4}\ T\,m$$

$$d\vec{F}_{al,1} = i_1\, d\vec{l}_1 \times \vec{B} = i_{bob} \cdot dl_1\, \hat{j} \times B_0(-\hat{k}) = \qquad \underbrace{\hat{j}\times(-\hat{k})}_{-\hat{i}}$$

$$= \underset{1A}{i_{bob}} \cdot dl_1 \cdot \frac{\mu_0\, i_{al}\, N}{2\pi \cdot \underset{0{,}35m}{(l+a)}} \cdot (-\hat{i}) \Rightarrow \boxed{d\vec{F}_{al,1} = -dl_1\ 4\times10^{-4}\ \frac{Tm}{m}A}$$

$$d\vec{F}_{al,2} = i_2\, d\vec{l}_2 \times \vec{B} = i_{bob} \cdot dl_2 \cdot \overbrace{\frac{\mu_0\, i_{al}\, N}{2\pi\, r}}^{1{,}4\times10^{-4}}\ \underbrace{(-\hat{i}) \times (-\hat{k})}_{-\hat{j}}$$

$$\boxed{d\vec{F}_{al,2} = -dl_2\ \frac{1{,}4\times10^{-4}}{r}\ TA\ \hat{j}}$$

$$\underbrace{-\hat{j}\times-\hat{k}}_{\hat{i}}$$

$$d\vec{F}_{al,3} = \overset{1A}{i_{bob}} \cdot dl_3 \cdot (-\hat{j}) \times \overbrace{\frac{\mu_0\, i_{al}\, N}{2\pi\, \underset{0{,}1m}{l}}}^{1{,}4\times10^{-4}\ Tm} \cdot (-\hat{k}) = \boxed{1{,}4\times10^{-3}\ dl_3 \cdot \hat{i}\ TA = d\vec{F}_{al,3}}$$

$$\underbrace{\hat{i}\times-\hat{k}}_{\hat{j}}$$

$$d\vec{F}_{al,4} = \overset{1A}{i_{bob}} \cdot dl_4\ \hat{i} \times \overbrace{\frac{\mu_0\, i_{al}\, N}{2\pi\, r}}^{1{,}4\times10^{-4}\ Tm} \cdot (-\hat{k}) = \boxed{dl_4\ \frac{1{,}4\times10^{-4}}{r}\ TA\ \hat{j} = d\vec{F}_{al,4}}$$

$$dl_4 = dl_2 \Rightarrow d\vec{F}_{al,2} = -d\vec{F}_{al,4} \Rightarrow \boxed{d\vec{F}_{al,2} + d\vec{F}_{al,4} = 0}$$

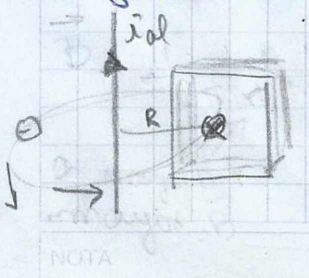
(I)

$$\Rightarrow d\vec{F}_{al,espira} = d\vec{F}_{al,1} + d\vec{F}_{al,3} = \left(-dl_1\ 4\times10^{-4} + dl_4\ 1{,}4\times10^{-3}\right) TA\ \hat{j} \qquad \boxed{dl_1 = dl_3} = dl$$

$$d\vec{F}_{al,espira} = dl \times 1\times10^{-3} \Rightarrow \vec{F}_{al,espira} = 10^{-3} \int_{a=0{,}25m} dl = 2{,}5\times10^{-4}\ \hat{j}$$

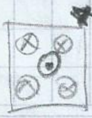
$$\boxed{\vec{F}_{al,espira} = 2{,}5\times10^{-4}\ N\ \hat{j}}$$

b) Indique el sentido de la corriente que se induciría en la bobina si alguna fuerza la arrastrara hacia el cable



$$\vec{B} = \frac{\mu_0\, i_{al}\, N}{2\pi R} \rightarrow \text{como R está en el denominador, cuando disminuye} \rightarrow \vec{B} \text{ aumenta}$$

$\vec{B}$ ⊗ saliente aumenta $\Rightarrow$

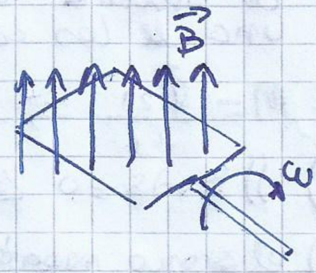


$\mathcal{E}_{ind}$ $\quad$ I_{ind}

antihorario

NOTA

(22) Un generador de tensión alterna está constituido por una bobina de 10 espiras rectangulares, cada una de ellas de 60 cm^2 de área.



La bobina gira a razón de 300 RPM en la región donde existe un campo magnético uniforme de 3T.

Calcule:

a) el flujo de inducción magnética en cada espira en función del tiempo.

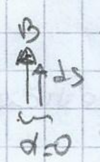
$\vec{B} = 3T$

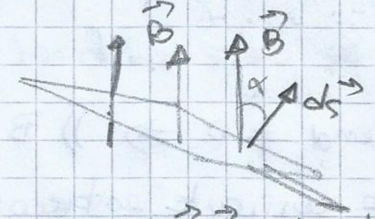
$N = 10$

Supongo que en t_0 la espira está ⊥ al campo. Después gira:

$S = 0{,}006 m^2$

$\boxed{\alpha = \omega t}$





en t_0: $\vec{B}\cdot\vec{ds} = |B|.|ds|.\cos 0$ en t_1: $\vec{B}\cdot\vec{ds} = |B|\,|ds|\cos\alpha$

$d\Phi = \vec{B}\,\vec{ds} = B\,ds\cos(\alpha) \Rightarrow \boxed{\Phi_{espira} = B\cos(\alpha)\iint_S ds}$ (I) S 1 vuelta

Para hallar ω: giro 300 RPM $= \dfrac{300 \text{ vueltas}}{1 \text{ minuto}} = \dfrac{300 \; (2\pi)}{60 \text{ seg}}$

$Tm^2 = W$

$\Rightarrow \omega = \dfrac{300 \times 2\pi}{60 \text{ seg}} = \boxed{\dfrac{10\pi}{seg} = \omega}$ (II)

1 espira

(I) y (II): $\Phi_{(t)} = 3T.\cos\left(\dfrac{10\pi}{seg}.t\right) 0{,}006 m^2 = \boxed{0{,}018\cos(10\pi t) W = \Phi_{esp}}$

× 10 espiras

b) el valor eficaz de la fem inducida

$\mathcal{E}_{ind} = -\dfrac{d\Phi_{BOBINA}}{dt} = -\dfrac{d\Phi_{1\,espira} \times N}{dt} = -\dfrac{d}{dt}(0{,}18\cos(10\pi t))$

$\mathcal{E}_{ind} = -0{,}18 \times 10\pi.(-\text{sen}(10\pi t)) \Rightarrow$

H

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \underbrace{5{,}65}_{\mathcal{E}_{0\,ind}}\,\text{sen}(10\pi t)\,V}$$

$\mathcal{E}_{efectiva} = \dfrac{5{,}65}{\sqrt{2}} = 4V$ $\boxed{\mathcal{E}_{ef} = 4V}$

23) Indique cuáles son los dos enunciados verdaderos

a) el coef. de inducción mutua entre dos espiras circuladas por la misma corriente se duplica si se duplica el valor de una de las corrientes

$M = \frac{\Phi_{21}}{i_1}$ ⇒ solo se duplica el valor de M de la otra espira

b) $\iint B \cdot ds = 0 \iff \varepsilon_{ind} = 0$ F. si B es constante, su derivada es 0

c) el signo negativo de la ley de Faraday es consecuencia del principio de acción y reacción

F. Es consecuencia de la conservación de la energía

? d) $\varepsilon_{ind} \neq 0 \Rightarrow \oiint B ds \neq 0$ F (no es necesario que sea una sup cerrada)

e) Un solenoide puede considerarse ideal si es muy largo

F. Se debe verificar que $\overbrace{R \ll \text{largo}}^{\text{radio}}$

f) $\varepsilon_{ind} \neq 0 \Rightarrow \iint B ds \neq 0$ $\boxed{V}$

g) Una corriente estacionaria genera flujo magnético estacionario y no necesariamente uniforme $\boxed{V}$

24) Indique cuáles son los dos enunciados verdaderos.

a) Una bobina almacena energía del campo eléctrico

F. Almacena energía del campo magnético

b) dos bobinas de igual radio e igual longitud tienen igual coeficiente de autoinducción

F. Pueden tener distinto valores de corriente ⇒ difieren los L

c) La energía almacenada por una bobina es independiente del valor de la corriente que circula

F. Está directamente relacionada con la intensidad de la corriente que circula por ella.

d) el CM inducido es siempre opuesto al CM externo F

e) el coef. de autoinducción depende solo de la geometría de la bobina y es siempre positivo $\boxed{V}$

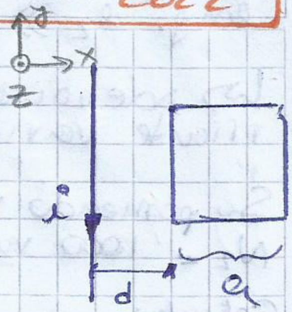
f) el coef. de autoinducción de una bobina vale 0 cuando no circ. corriente
L no depende de la corriente

g) el signo negativo de ley Faraday Lenz es consecuencia de la conservación de la energía $\boxed{V}$

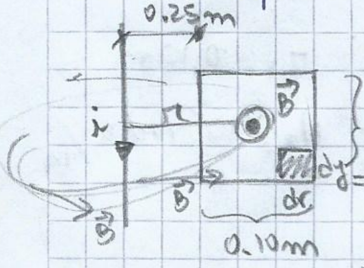
NOTA

F2	Fenómenos de Inducción Magnética	HOJA N° 11 FECHA 2022

(20) A una distancia $d = 25\,cm$ de un alambre recto infinito por el que circula una corriente $i_{(t)}$ se encuentra una bobina cuadrada de 100 vueltas y lado $a = 10\,cm$.



a) para $i(t) = 0{,}3\left(1-e^{-\beta t}\right)A$, $\beta = 0{,}1/seg$ y la espira en reposo respecto del alambre, calcule el valor absoluto de la fem inducida en función del tiempo e indique el sentido de circulación de la corriente inducida en la espira



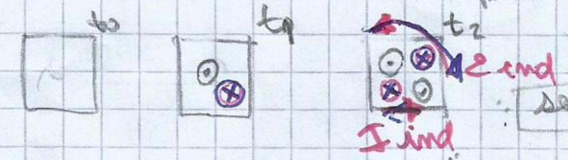
N = 100 vueltas

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}(-\hat{x})$$

$$i_{(t)} = 0{,}3\,\left(1-e^{\frac{-0{,}1\,t}{seg}}\right)A$$

(al t hacerse más grande, $e^{-0{,}1t}$ se hace más chico)

con el paso del tiempo $i(t)$ aumenta $\qquad \hat{n}: \otimes$



: $\boxed{\text{sentido horario}}$

$$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{S} = B\,ds$$

$$\Phi = N\iint_S B\,ds = N\iint_S \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\,ds = \frac{N\mu_0 i}{2\pi}\int_{0{,}25m}^{0{,}35} \frac{1}{r}\,dr \cdot \int_0^{0{,}1m} dy =$$

$$= \frac{100 \cdot 4\pi\, 10^{-7}\frac{Tm}{A}\, 0{,}3\,(1-e^{-0{,}1\frac{t}{seg}})A}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{0{,}35}{0{,}25}\right) \cdot 0{,}1m = 2{,}02\times10^{-7}\left(1-e^{-0{,}1\frac{t}{seg}}\right)$$

$$\Phi_{(t)} = 2{,}02\times10^{-7}\left(1-e^{-0{,}1\,t/seg}\right)W \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \boxed{2{,}02\times10^{-8}\,e^{-0{,}1\,t/seg}\,V = \varepsilon_{ind}}$$

b) estime el tiempo que transcurre hasta que se anule la fem

La fem se anula cuando $\vec{B}$ es constante. $\vec{B}$ es const cuando i sea cte.

Hallo $t \,/\, e^{-0{,}1t} \to 0$. Con $t > 50$ $\;e^{-0{,}1t} \to 0$

c) Calcule el valor absoluto de la fem inducida en función de la posición e indique el sentido de circ. de la corriente inducida en la espira para $i(t) = i_0$ cte. y la espira acercándose al alambre con velocidad constante v.

$dt = \frac{v}{dx}$

$$d\Phi = N\,B\,ds \Rightarrow \Phi = N\iint_S B\,ds = N\iint_{dx\,dy} \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,dx\,dy = \frac{N\mu_0 i}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{1}{x}\,dx\int_0^a dy =$$

d depende del tiempo

$$\Phi = \frac{N\mu_0 i}{2\pi}a\cdot\ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \Rightarrow \varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dx}\frac{dx}{dt} = -\frac{N\mu_0 i\,a}{2\pi}\frac{\cancel{x}}{x+a}\cdot\frac{\cancel{x}-x-a}{x^2}$$

d(t)

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = \frac{N\mu_0 i\,a}{2\pi}\frac{a}{(x+a)\,x}\,v}$$

NOTA

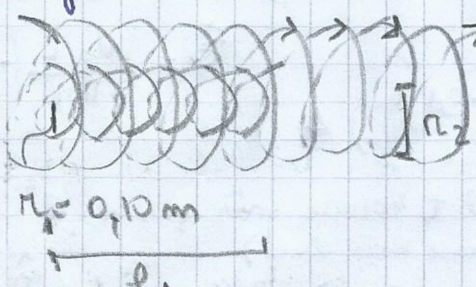
21 Un solenoide de radio r_1, longitud l_1 y N_1 vueltas se halla en el interior de otro solenoide de radio $r_2 \gg r_1$, N_2 vueltas y long. $l_2 \gg l_1$.

Los solenoides son coaxiales y por el externo circula una corriente variable de la forma $i_{2(t)} = 2 \,\text{sen}\left(\frac{10\,t}{seg}\right) A$

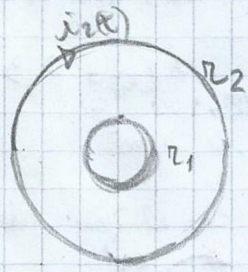
Suponiendo $r_1 = 10 cm$ y que la bobina exterior tiene ~~$N_2 = 1000$~~ $N_2 = 1000 \frac{vueltas}{cm} \equiv 10^5$ vueltas/m, a primer orden:

Calcule:

a) el coef. de inducción mutua del sistema



$\rightarrow i_{2(t)} = 2 \,\text{sen}\left(\frac{10t}{seg}\right) A$



$r_1 = 0,10 m$

$N_2 = 10^5$ vueltas/m

$$\underset{\swarrow \text{exterior}}{B_2} = \mu_0 \frac{N_2}{L_2} \cdot i_{2(t)}$$

$$\underset{\text{sle.}}{\Phi}_{\underset{\text{tiene } i}{12}} = N_1 \iint_{S_{B1} \to \text{interior}} B_2 \, ds = N_1 \cdot \iint_{S_{B1}} \mu_0 \frac{N_2}{L_2} i_{2(t)} \, ds =$$

$$= N_1 \mu_0 \frac{N_2}{L_2} i_{2(t)} \overbrace{\iint_{S_{B1}} ds}^{\text{sección Bob int}} =$$

$$= 1000 \times 4\pi 10^{-7} \frac{N}{A^2} \cdot \frac{10^5}{L_2} \, \pi \cdot (0,1 m)^2$$

?

NOTA